

文章编号: 1000-8055(2002)02-0222-04

转动壳体行波振动的有限元分析方法

曹 航, 朱梓根

(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 转动壳体由于离心力与哥氏力的影响, 其振动频率随转速变化, 并且同一振型对应两个不同频率的前、后行波。本文给出了用有限元法计算转动壳体的有限元公式, 用 MSC/NASTRAN 的 DMAP 语言编制了形成哥氏力矩阵与离心刚度矩阵的程序, 并将计算结果与实验进行了对比。

关 键 词: 转动壳体; 有限元法; 行波; 振动

中图分类号: V 231.92

文献标识码: A

Traveling-Wave Vibration of Rotating Shells

by Finite Element Method

CAO Hang, ZHU Zi-gen

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The finite element equations of the traveling-wave vibration of rotating shells with the effects of the Coriolis and centrifugal force are established in this paper. Because of the effect of Coriolis force, the frequencies of forward and backward wave are different even under the rotating coordinate system. This is the main difference between rotating shells and disks. The Coriolis and centrifugal stiffness matrixes are formed by modifying the lump mass matrix and introduced into finite element program MSC/NASTRAN by DMAP (Direct Matrix Abstraction Program). To validate the present analysis, comparisons are made with existing results for a rotating shell and good agreement is obtained.

Key words: rotating shells; FEM; traveling wave; vibration

1 引 言

转动壳体在工程上应用十分广泛, 例如航空发动机中的盘—鼓结构、高速转动的薄壁轴、空气导管、篦齿密封组件等。这些壳体构件具有重量轻、承载能力大等优点, 但也易引起振动的问题。

壳体的振动形式十分复杂, 沿周向和轴向都存在波形的振动模态。而转动壳体除了具有上述特点, 还要考虑离心力与哥氏力的影响。当壳体以匀角速度转动时, 由于离心力引起的初应力影响, 振动的频率随转速变化; 而由于哥氏力的影响, 即

使在转动坐标系下同一振型所对应的前、后行波频率也不相同, 这点与轮盘的行波振动^[1]是不同的。

转动壳体动力特性的研究方法主要分为解析法^[2~5]、半解析法(传递矩阵法)^[6]和有限元法^[7,8]。用解析法和半解析法只能对边界条件和形状都比较简单的轴对称壳体进行求解, 而利用有限元法则可以对各种复杂的结构和边界条件进行适当的模拟, 使计算模型更加接近于结构的真实情况。

对转动结构进行有限元分析主要用专门编制

收稿日期: 2001-04-10; 修订日期: 2001-07-03

作者简介: 曹航(1971-), 男, 北京航空航天大学动力系硕士生

的软件进行。目前商用有限元软件已经广泛利用,但一般没有考虑哥氏力的功能。为减少开发工作量,本文在大型有限元分析软件 MSC/NASTRAN 中加入了哥氏力矩阵,对转动壳体的动力特性进行了分析。

2 有限元方程

图 1 的转动结构,设 XYZ 是固定直角坐标系, xyz 是与结构一起以匀角速度 $\vec{\Omega}$ 转动的运动坐标系, $\vec{a}$ 为 $\vec{\Omega}$ 的单位向量,即 $\vec{\Omega}=\vec{a}\Omega$ 。动坐标系原点在固定坐标系中的位置向量为 $\vec{R}_0$ 。

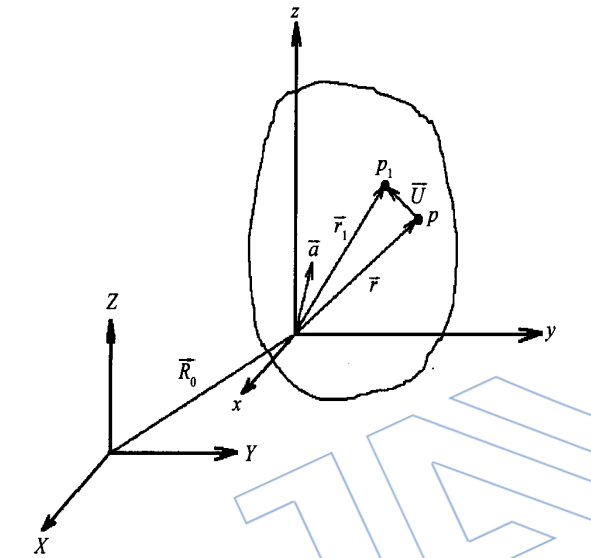


图 1 转动结构

设点 p (在运动坐标系的坐标为 $\vec{r}_0=[x_0\ y_0\ z_0]^T$) 运动到 p_1 位置(在运动坐标系的坐标为 $\vec{r}=[x\ y\ z]^T$)时相对于动坐标系的位移为:

$$\vec{U}=[u\ v\ w]^T$$

则

$$\vec{r}=[x\ y\ z]^T=\vec{r}_0+\vec{U}=$$
$$[x_0+u\ y_0+v\ z_0+w]^T$$

根据上面的关系推导出转动结构的动力学有限元方程(具体推导过程见文献[9])为:

$$[M]\{\ddot{U}\}+[M_G]\{\dot{U}\}+([K_0]+[K_c]+[K_\sigma])\{U\}=\{Q_c\}+\{F\}$$
 (1)

哥氏力矩阵

$$[M_G]=\sum_{e=1}^N2\Omega\int_e\rho[N]^T[S][N]dV_e$$

离心刚度矩阵

$$[K_c]=-\sum_{e=1}^N\Omega^2\int_e\rho[N]^T[S]^T[S][N]dV_e$$

$$[S]=\begin{bmatrix}0&-a_z&a_y\\a_z&0&-a_x\\-a_y&a_x&0\end{bmatrix}$$

式中: $[M]$ 、 $[K_0]$ 和 $[K_\sigma]$ 分别为结构的质量矩阵、线性刚度矩阵和离心力引起的初应力矩阵, $\{Q_c\}$ 和 $\{F\}$ 分别为离心力与节点外载荷向量。 a_x 、 a_y 和 a_z 分别是转动角速度 $\vec{\sigma}$ 的单位向量 $\vec{a}$ 在 x 、 y 和 z 轴上的投影。它们的表达式在有限元方面的书籍中都有详细的叙述,这里不再一一列出。

进行模态分析时,公式(1)的右端项为 $\{0\}$,即自由振动方程为:

$$[M]\{\ddot{U}\}+[M_G]\{\dot{U}\}+([K_0]+[K_c]+[K_\sigma])\{U\}=\{0\}$$
 (2)

公式(2)与一般的考虑初应力影响的动力学有限元方程不同之处是增加了哥氏力矩阵 $[M_G]$ 和离心刚度矩阵 $[K_c]$,这两项分别代表了结构所受的哥氏力及外力作用下结构位置的变化对离心力的影响。 $[M_G]$ 是反对称矩阵, $[K_c]$ 是对称矩阵。

3 哥氏力矩阵 $[M_G]$ 与离心刚度矩阵 $[K_c]$ 的简化

利用公式(1)生成哥氏力矩阵 $[M_G]$ 和离心刚度矩阵 $[K_c]$ 时,将涉及到数值积分及单元矩阵向总体矩阵的组集等操作。并且由于这两个矩阵的表达式中都含有单元的形函数,因此需要针对不同类型的单元分别进行开发,既增加了工作量又给利用现有的有限元程序进行二次开发带来了困难。这里对这两个矩阵进行简化来解决这些问题。

简化的方法是将每个单元的质量平均分配到各节点上,且只考虑 3 个线位移方向的质量(对于板壳元不考虑转动的惯性矩),因此每个节点上的质量为该节点周围所有单元分配到这个节点上质量的迭加。然后计算这些质量点的哥氏力代入到动力学方程中去作为结构所受的哥氏力。这种方法与一致质量矩阵简化为集中质量矩阵是相同的,具体的简化方法如下。

设分配到节点 i 上的质量为 m_i ,则该点的哥氏力为:

$$\vec{F}_{Gi}=-2m_i\vec{\Omega}\times\vec{r}_i=-2m_i\Omega[S]\{\dot{U}_i\}$$
 (3)

将所有节点的哥氏力按顺序以列向量的形式排列,得到整个结构的哥氏力为:

$$\{F_G\}=-2\Omega[M][S]\{\dot{U}_i\}$$
 (4)

式中:

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} [S] & & & & \\ & [0] & & & \\ & & [S] & & \\ & & & [0] & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}_{6n \times 6n}$$

(*n* 为节点总数)

[*M*] 为结构的集中质量矩阵。

因此, 简化后的哥氏力矩阵为:

$$[M_G] = 2\Omega[M][\bar{S}] \tag{5}$$

按相同的方法得到离心刚度矩阵为:

$$[K_c] = -\Omega^2[M][\bar{S}]^T[\bar{S}] = -\Omega^2[M][\bar{S}][\bar{S}] \tag{6}$$

按照公式(5)与(6), 我们可以通过对集中质量矩阵进行变换来得到的哥氏力矩阵和离心刚度矩阵。这种简化方法省去了数值积分与矩阵组集等复杂的运算, 且与单元的形函数无关, 对各种类型的二维与三维单元都适用, 具有较强的通用性, 编程的工作量也较少。

4 方程求解

根据哥氏力矩阵和离心刚度矩阵的特点, 可以通过修改现有的有限元程序, 将哥氏力矩阵加到阻尼矩阵中, 离心刚度矩阵加到线性刚度矩阵中来完成计算。

目前比较流行的商用有限元结构分析软件都提供了可供二次开发的接口, 使用户可以在现有程序的基础上进行自己的开发工作, 避免了许多重复性的开发工作。本文的工作就是在MSC/NASTRAN 的基础上开发完成的。选用MSC/NASTRAN 的原因是由于它具有较强的动力学分析功能, 并且其二次开发语言DMAP 具有较强的矩阵操作能力, 便于对集中质量矩阵变换生成哥氏力矩阵和离心刚度矩阵。

首先用MSC/NASTRAN 的静力分析功能求解结构在离心载荷作用下的变形。当程序执行到组集总体刚度矩阵[*K*₀]与集中质量矩阵[*M*]后, 插入自编的DMAP 程序生成转换矩阵[*S*¯]并对质量阵变换得到哥氏力矩阵[*M*_G]和离心刚度矩阵[*K*_c], 然后令[*K*₀] = [*K*₀] + [*K*_c], [*B*] = [*M*_G]([*B*]为结构的阻尼矩阵)。完成上述操作后, 继续执行程序原有的解题步骤直至求出结构的位移向量{*U*}。然后再插入DMAP 程序计算结

构的初应力矩阵[*K*_σ], 并令[*K*₀] = [*K*₀] + [*K*_σ]。最后, 将质量矩阵[*M*]、阻尼矩阵[*B*]和刚度矩阵[*K*₀]保存在数据库文件中, 做为重启动计算时的输入数据。程序的执行过程见图2, 图中虚框中的内容为自编的DMAP 程序, 其余部分为MSC/NASTRAN 原有的解题步骤。

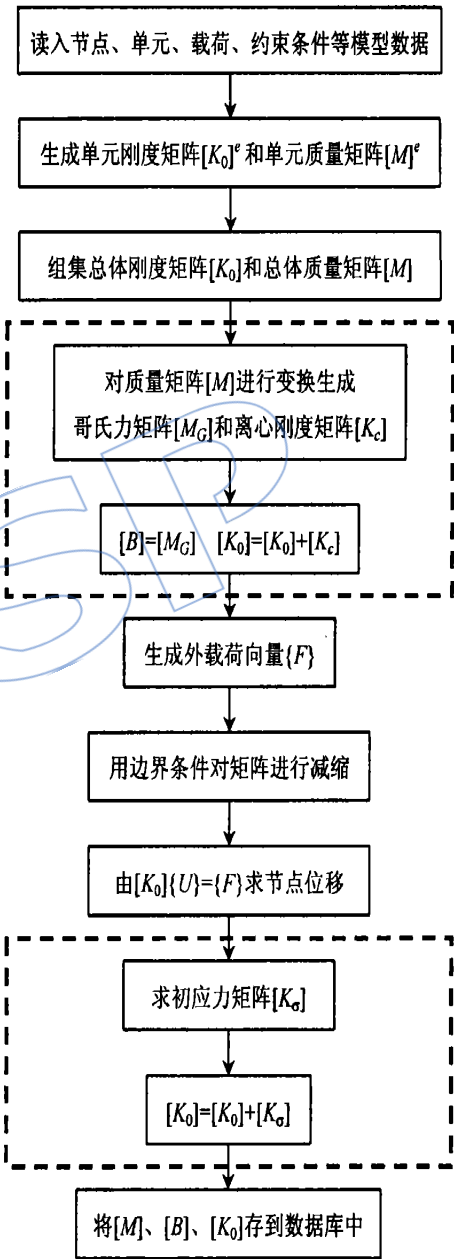


图2 程序框图

MSC/NASTRAN 具有很强的重启动功能, 可以在不同类型的解题序列之间重启动。这里利用重启动功能将静力分析时保存在数据库中的质量、阻尼和刚度矩阵直接输入到复特征值解题序列中求解动力学方程[*M*]{*x*¨} + [*B*]{*x*˙} + [*K*₀]{*x*} = {0}得到各阶行波振动频率。

5 算 例

一端自由, 一端固定的圆柱钢壳, 外径 $R = 0.0743\text{ m}$, 长 $L = 0.243\text{ m}$, 厚度 $t = 0.0002\text{ m}$, 材料密度 $\rho = 7800\text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 2.0 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$. 有限元模型沿周向与轴向各划为 30 个四节点板单元, 共 900 个单元, 930 个节点.

图 3 给出了用本文的方法计算出的行波频率随转速的变化曲线与实验值^[10]在周向波数 $m = 3, 4$ 时的对比, 两者的结果接近.

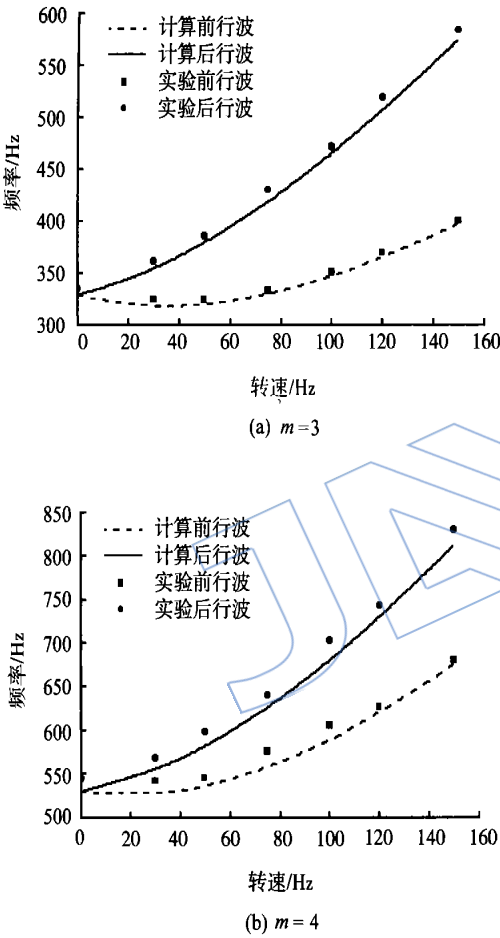


图 3 行波频率的计算值与实验值
(转动坐标系下)

6 结 论

本文对转动结构有限元方程中的哥氏力矩阵和离心刚度矩阵进行简化, 可以通过对集中质量矩阵进行变换得到. 这样对各种类型的单元都适用, 具有较强的适用性. 利用这一方法在 MSC/NASTRAN 基础上用 DMAP 语言进行二次开发, 计算结果表明这样处理是合理的, 扩展了 MSC/NASTRAN 的分析功能, 并可解决需要考虑哥氏加速度复杂结构的分析.

参考文献:

[1] 晏砺堂, 朱梓根, 宋兆泓, 等. 结构系统动力特性分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989

[2] Lam K Y, Loy C T. Analysis of Rotating Laminated Cylindrical Shells by Different Thin Shell Theories[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 186(1): 23- 35

[3] Young-Shin Lee, Young-Wann Km. Effect of Boundary Conditions on Natural Frequencies for Rotating Composite Cylindrical Shell with Orthogonal Stiffeners[J]. Advances in Engineering Software, 1999, 30: 649- 655

[4] Young-Shin Lee, Young-Wann Km. Vibration Analysis of Rotating Composite Cylindrical Shells with Orthogonal Stiffeners[J]. Computers and Structures, 1998, 69: 271- 281.

[5] Li Hua. Frequency Characteristics of a Rotating Truncated Circular Layered Conical Shell[J]. Composite Structures, 2000, 50: 59- 68

[6] 晏砺堂, 朱梓根, 李其汉. 高速旋转机械振动[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994

[7] Joseph Padovan. Traveling waves vibrations and buckling of rotating anisotropic shells of revolution by finite elements [J]. International journal of solids structures, Vol 11 1367 - 1380

[8] Chen Y, Zhao H B, Shen Z P. Vibrations of high speed rotating shells with calculations for cylindrical shells[J], Journal of sound and vibration, 1993, 160(1): 137- 160

[9] 蔡肇云, 金六周. 航空发动机强度设计、试验手册[Z]. 北京: 第三机械工业部第六研究院, 1981.

[10] 齐藤俊, 远藤满. 回転筒, かくの振動[A]. (C 编)52 卷 474 号(昭 61- 2)[C]. 論文 No. 85- 0639A.

(责任编辑 王震华)